

## CONTRIBUȚII LA REALIZAREA ȘI CARACTERIZAREA METROLOGICĂ A UNUI ETALON PRIMAR PENTRU UNGHIURI PLANE MICI

Alexandru DUȚĂ<sup>\*)</sup>

**Rezumat:** Reproducerea și diseminarea unității de unghi plan **grad** (<sup>0</sup>), **minut** (') și **secundă** (") se bazează pe divizarea și etalonarea unei scări circulare închise sau pe raportul dintre două lungimi asociat cu o funcție matematică. Această lucrare prezintă etalonul pentru unghiuri plane mici realizat la Institutul Național de Metrologie. Incertitudinea standard obținută la realizarea unității utilizând generatorul de unghiuri mici este mai mică de respectiv 0,04''.

**Abstract:** The reproduction of plane angle units **degree** (<sup>0</sup>), **minute** (') and **second** (") is carried out either by uniform division and calibration of a divided circle or through the determination of the ratio of two lengths according to a definite mathematical function. The paper presents the primary standard for small angles developed at the National Institute of Metrology. The standard uncertainty achieved in the realization of the unit is a little less than 0.04'' for small angles.

**Cuvinte cheie:** unghi plan, incertitudine de măsurare, etalon primar.

**Key words:** plane angle, uncertainty, primary standard.

### 1 GENERALITĂȚI

Din punct de vedere geometric, unghiul plan este figura formată din două semidrepte care au originea comună [1, 2, 4]. Cele două semidrepte se numesc laturile unghiului, iar originea (punctul lor comun) se numește vârful unghiului.

Din punct de vedere fizic, unghiul plan este o mărime geometrică definită ca raportul între lungimea unui arc de cerc  $L$  și raza cercului respectiv  $R$ , deci raportul a două lungimi, fiind astfel o mărime adimensională.

În acest caz, relația de definiție a unghiului plan este

$$\alpha = L/R \quad (1)$$

Mărimile fizice  $L$  și  $R$  sunt de aceeași natură (lungimi) și au aceeași unitate de măsură, respectiv metrul. Valoarea mărimii fizice  $\alpha$  poate fi exprimată prin ecuația măsurării astfel:

$$\alpha = \{\alpha\}[\alpha] = \frac{\{L\}[L]}{\{R\}[R]} = \frac{\{L\}}{\{R\}} \cdot 1 \quad (2)$$

Din ecuația (2) se observă că unitatea de măsură a unghiului plan este **1**. În Sistemul Internațional de Unități această unitate de măsură **1** a fost denumită **radian (rad)** [1, 2], definit ca unghiul la centru care subîntinde un arc de cerc a cărui lungime este egală cu raza cercului. Pentru măsurarea unghiului plan, Comitetul Internațional de Măsuri și Greutăți (CIPM) admite utilizarea unității de măsură **grad sexagesimal** (<sup>0</sup>) cu submultiplii: **minut sexagesimal** (') și **secundă sexagesimală** ("). Valoarea unui grad sexagesimal este dată de relația

$$1^0 = (\pi/180) \text{ rad} \quad (3)$$

<sup>\*)</sup> **Institutul Național de Metrologie**, Șos. Vitan Bârzești nr. 11, cod 042122, sector 4, București, Tel: (+4021) 334 50 60; 334 48 30; 334 55 20, e-mail: [dută@inm.ro](mailto:dută@inm.ro)

Deși nu apare în listele de unități stabilite de Conferința Generală de Măsuri și Greutăți (CGPM), CIPM sau Biroul Internațional de Măsuri și Greutăți (BIPM), în domenii specializate se utilizează ca unitate de măsură pentru măsurarea unghiului plan **gradul centezimal** sau **gonul (gon)** a cărui valoare este dată de relația

$$1 \text{ gon} = (\pi/200) \text{ rad} \quad (4)$$

În domeniul unghiului plan, până în prezent, pe plan mondial, nu a fost adoptat un etalon internațional al unității de unghi plan. Pentru reproducerea /diseminarea unității de unghi plan, fiecare țară interesată deține un etalon primar a cărui trasabilitate la etaloanele internaționale se realizează prin programe de comparații internaționale sau bilaterale, utilizând ca etaloane de transfer poligoane optice [1, 2].

Reproducerea unității de unghi plan se realizează prin:

- etalonarea unei scări circulare închise (cerc complet) pentru care suma tuturor unghiurilor intermediare este, fără eroare, egală cu  $360^{\circ}$ ;
- generarea unghiurilor mici prin raportul dintre două lungimi asociat cu o funcție matematică.

Generatorul de unghiuri mici este un mijloc de măsurare cu ajutorul căruia, prin metode primare, se realizează punerea în practică a definiției unității de măsură pentru unghiuri mici. Principiul de funcționare al generatorului de unghiuri mici se bazează pe relații metrice în triunghiuri dreptunghice (figura 1):

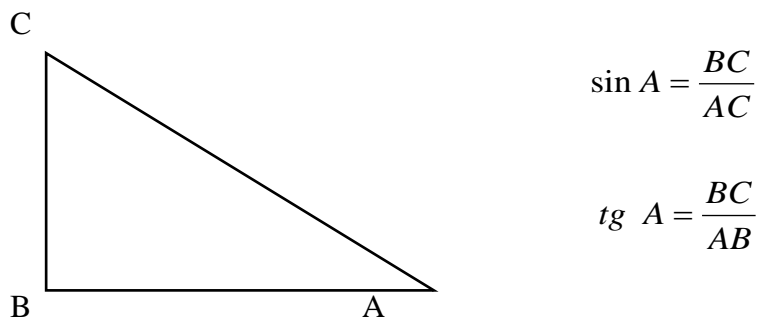


Fig. 1. Relații metrice în triunghiul dreptunghic

Din punct de vedere al principiului de funcționare generatoarele de unghiuri plane mici pot fi:

- tip riglă de sinus,
- tip riglă de tangență.

Materializarea și măsurarea celor două laturi ale triunghiului dreptunghic se realizează prin diferite metode, funcție de exactitatea de măsurare dorită.

Pentru punerea în practică a unității de măsură a unghiului plan diseminarea ei la nivele și autocolintoare, în laboratorul de unghiuri al INM a fost proiectat, realizat și caracterizat metrologic **Generatorul de unghiuri mici GUM**.

## 2 GENERATORUL DE UNGHIURI PLANE MICI GUM

Pentru unghiuri mici, în vârful schemei naționale de ierarhizare după exactitate a etaloanelor de unghi plan se află **Generatorul de unghiuri mici** care, împreună cu **Instalația cu două autocolimatoare fotoelectrice pentru etalonarea poligoanelor optice** alcătuiesc etalonul național al unității de măsură pentru unghiul plan [1, 2].

Generatorul de unghiuri mici, proiectat și realizat în INM, (figura 2), este utilizat pentru etalonarea etaloanelor de transfer pentru unghiuri plane mici (nivele și autocolimatoare) și funcționează pe principiul riglei de tangență. Generatorul este alcătuit dintr-un sistem de două traductoare inductive de deplasare (1) și (2), cuplate la un bloc diferențial (3), componente ale unui comparator electronic de măsurat lungimi tip TESA MODUL. Axele celor două traductoare se găsesc la distanța  $L$ ,

realizată cu cale plan paralele (4), iar palpatoarele traductoarelor sunt în contact cu o riglă de verificare (5) cu suprafața plană sprijinită pe o placă de verificare (6) prin intermediul unei articulații (7) și al dispozitivului de deplasare pe verticală (8), în vederea înclinării suprafeței active a riglei. Distanța dintre axele traductoarelor ( $L = 1031,32$  mm) este astfel calculată încât pentru o deplasare  $h = 0,005$  mm să corespundă o înclinare a riglei de  $1''$ . Rezoluția generatorului este de  $0,002''$  și intervalul de măsurare este de  $10''$ .

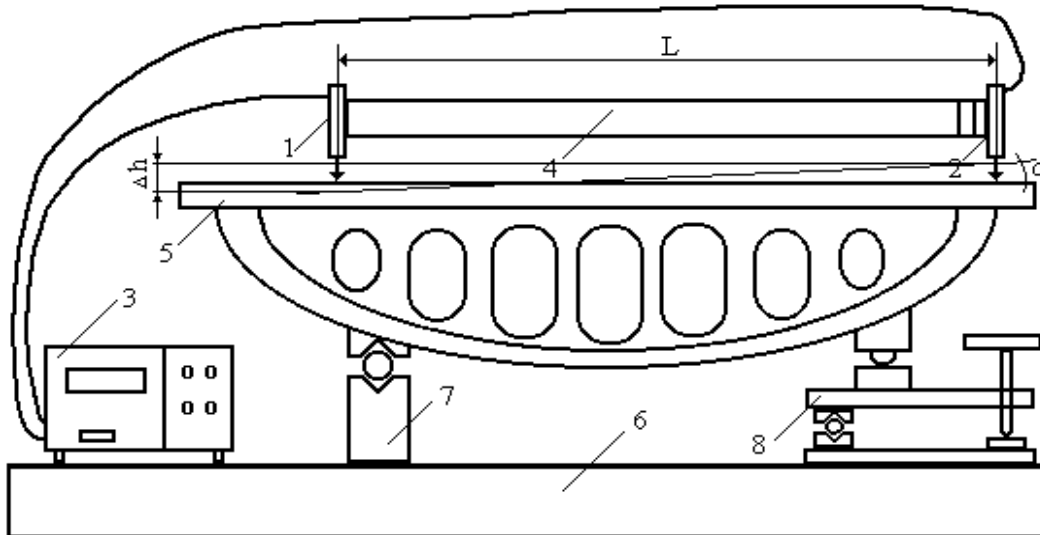


Fig. 2. Generator de unghiuri mici: 1 și 2 – traductoare inductive de deplasare, 3- bloc electronic TESSA MODUL, 4- bloc cale plan paralele, 5- riglă pentru controlul rectilinității și planității (cu suprafață activă), 6- placă plană din granit, 7-articulație, 8-dispozitiv de înclinare

Unghiul  $\alpha$  generat de instalație, în conformitate cu principiul de măsurare, este dat de relația

$$\operatorname{tg} \alpha = \Delta h / L \quad (5)$$

unde  $L$  este distanța dintre axele celor două traductoare, materializată cu ajutorul cailor plan paralele etalon, și  $\Delta h$  - deplasarea diferențială a celor două traductoare inductive.

Pentru unghiuri mici  $\operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$  și relația 5 devine

$$\alpha \approx \Delta h / L \quad (6)$$

### 2.1 Evaluarea incertitudinii

Metodele de măsurare primare sau de definiție sunt metode de înalt nivel științific, bazate pe solide principii teoretice, care au demonstrat experimental că au erori sistematice neglijabile și o repetabilitate foarte bună. Exactitatea efectivă a metodei primare utilizate trebuie să fie, ori de câte ori este posibil, validată prin comparații internaționale.

Punerea în practică a definiției unității de măsură pentru unghiul plan se realizează, la Generatorul de unghiuri mici GUM, prin menținerea constantă a lungimi  $L$  și măsurarea diferențială, cu ajutorul comparatorului electronic, a deplasărilor  $\Delta h$ .

În această situație la estimarea incertitudinii de reproducere a unității de unghi plan trebuie să se țină cont de cel puțin următorii factori [1, 2, 3, 5, 6, 7]:

- exactitatea cu care se materializează distanța  $L$ ,
- stabilitatea distanței  $L$  în timpul determinărilor,
- exactitatea cu care se măsoară deplasările  $\Delta h$ ,
- planitatea (rectilinitatea) riglei cu suprafață activă,
- abaterea de la caracteristica teoretică a funcției considerate.

*Modelarea măsurării*

La punerea în practică a definiției unității de măsură cu GUM, măsurandul  $\alpha$  nu este măsurat direct, ci se determină din  $N$  alte mărimi printr-o relație funcțională.

Evaluarea incertitudinii de etalonare cu ajutorul generatorului GUM se bazează relația funcțională

$$\alpha = \frac{\Delta h}{L} + C_p + C_{\Delta H} + C_{ST} + C_L \quad (7)$$

unde:  $\alpha$  – unghiul generat,

$\Delta h$  – deplasarea diferențială a celor două palpatoare ale comparatorului electronic,

$L$  – distanța dintre axele celor două palpatoare ale comparatorului electronic,

$C_p$  – corecțiile asociate abaterilor de la planitatea suprafeței riglei de verificare,

$C_{\Delta H}$  – corecțiile asociate înălțimii  $\Delta h$ ,

$C_{ST}$  – corecțiile asociate instabilității distanței  $L$  din timpul măsurărilor,

$C_L$  – corecțiile asociate distanței  $L$ .

**Estimarea contribuțiilor mărimilor de intrare în bilanțul evaluării incertitudinii de măsurare**

**a) Măsurarea deplasării  $\Delta h$**

Generatorul GUM este echipat cu un comparator electronic tip TESA MODUL cu două traductoare. Măsurarea deplasării se poate efectua pe următoarele trei domenii de măsurare:  $\pm 20 \mu\text{m}$ ,  $\pm 200 \mu\text{m}$  și  $\pm 2000 \mu\text{m}$  cu rezoluția de  $0,01 \mu\text{m}$ ,  $0,10 \mu\text{m}$  și, respectiv,  $1,00 \mu\text{m}$ .

Prin derivarea relației 7 în raport cu variabila  $\Delta h$  rezultă

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \Delta h} = \frac{u_{\Delta h}}{L} \quad (8)$$

Abaterea standard experimentală globală care caracterizează măsurarea lui  $\Delta h$  a fost determinată pe baza variabilității a 25 de observații independente și a fost găsită egală cu  $13 \text{ nm}$ . În determinările pentru evaluarea incertitudinii generatorului au fost efectuate cinci observații repetate. Incertitudinea standard asociată mediei aritmetice a valorilor obținute este

$$u(\overline{\Delta h}) = s(\Delta) \overline{h} = (13 \text{ nm}) / \sqrt{5} = 5,8 \text{ nm} \quad (9)$$

Conform certificatului de etalonare al comparatorului utilizat pentru măsurare, incertitudinea acestuia datorată erorilor aleatorii este de  $\pm 0,01 \mu\text{m}$ , pe baza a 6 măsurări repetate, la un nivel de încredere de 95 %; atunci, folosind factorul  $t$ , pentru  $\nu = 6 - 1 = 5$  grade de libertate, incertitudinea standard este

$$u(\Delta h_1) = (0,01 \mu\text{m}) / 2,57 = 3,9 \text{ nm} \quad (10)$$

Incetitudinea comparatorului datorată erorilor sistematice este specificată în certificatul de etalonare ca fiind egală cu  $0,02 \mu\text{m}$  la un nivel de trei sigma. Incertitudinea standard datorată acestei cauze poate fi luată egală cu

$$u(\Delta h_2) = (0,02 \mu\text{m}) / 3 = 6,7 \text{ nm} \quad (11)$$

Contribuția totală se obține făcând suma varianțelor estimate, adică

$$u^2(\Delta h) = u^2(\overline{\Delta h}) + u^2(\Delta h_1) + u^2(\Delta h_2) = 93 \text{ nm}^2 \quad (12)$$

sau  $u(\Delta h) = 9,7 \text{ nm}$ .

**b) Măsurarea distanței dintre axele celor două palpatoare ale comparatorului electronic**

La generatorul GUM distanța dintre axele celor două palpatoare a fost stabilită cu cale plan parale și a fost măsurată cu ajutorul unei mașini de măsurat lungimi.

Prin derivarea relației 6 în raport cu variabila  $L$  rezultă

$$\frac{\partial \alpha}{\partial L} = \frac{\Delta h \cdot u(L)}{L^2} \quad (13)$$

Din această relație rezultă că în bilanțul incertitudinilor, incertitudinea rezultatului măsurării lungimii  $L$  trebuie înmulțită cu coeficientul de sensibilitate  $\Delta h/L^2$ , unde  $L$  este mult mai mare decât  $\Delta h$ .

În aceste condiții, incertitudinea standard extinsă, care caracterizează măsurarea lui  $L$ , a fost estimată dintr-o distribuție dreptunghiulară cu semilărgimea intervalului egală cu eroarea maximă admisă la mașina de măsurat lungimi, respectiv  $5 \mu\text{m}$ .

$$u(L) = \frac{0,005}{\sqrt{3}} = 2,887 \mu\text{m} \quad (14)$$

**c) Abaterile de la planitatea suprafeței riglei de verificare**

Rigla pentru controlul rectilinității și planității din componența generatorului GUM are rolul de a materializa dreapta definită de cele două vârfuri ale palpatoarelor comparatorului electronic și, în timpul diseminării unității, ca suprafață de referință pentru oglindă sau nivelă.

Abaterile de la planitatea suprafeței riglei de verificare trebuie să fie determinate pentru a se putea evalua contribuția lor în bilanțul evaluării incertitudinii la punerea în practică a definiției unității de măsură a unghiului plan.

Determinarea abaterilor de la planitatea suprafeței riglei de verificare din componența generatorului GUM s-a efectuat prin metoda elaborată în laborator.

Determinarea profilului efectiv pe direcția longitudinală a suprafeței riglei s-a realizat cu ajutorul unei nivele cu coincidență, cu valoarea diviziunii  $k = 0,01 \text{ mm/m}$ , fixată pe o punte de măsurare cu pasul de  $100 \text{ mm}$ . Măsurarea propriu-zisă constă în așezarea nivelei, succesiv, în 14 poziții pe direcția de măsurare, astfel încât primul punct de sprijin al punții de măsurare să coincidă cu al doilea punct de sprijin de la poziția anterioară. Rezultatele experimentale și programul elaborat pentru prelucrarea datelor sunt prezentate în tabelul 1 (foaie de lucru xls).

În figura 3 sunt prezentate abaterile aparente de la rectilinitatea suprafeței iar în figura 4 abaterile de la rectilinitate față de dreapta adiacentă.

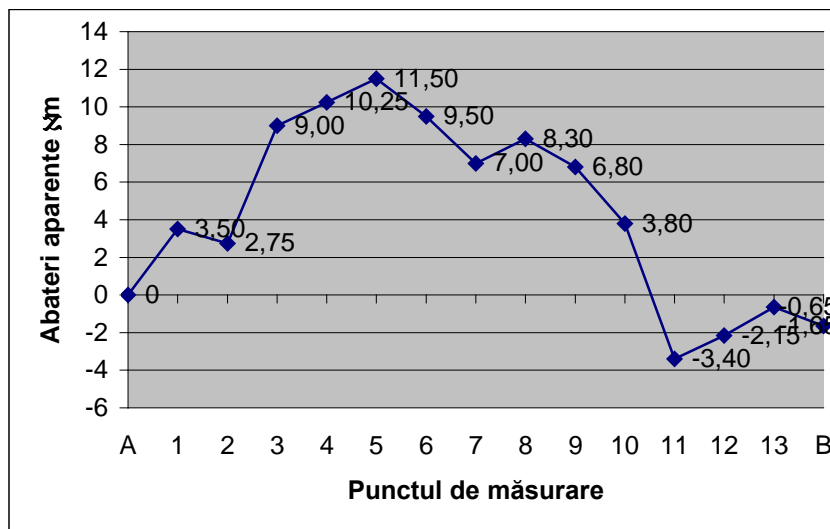


Fig. 3. Abateri aparente



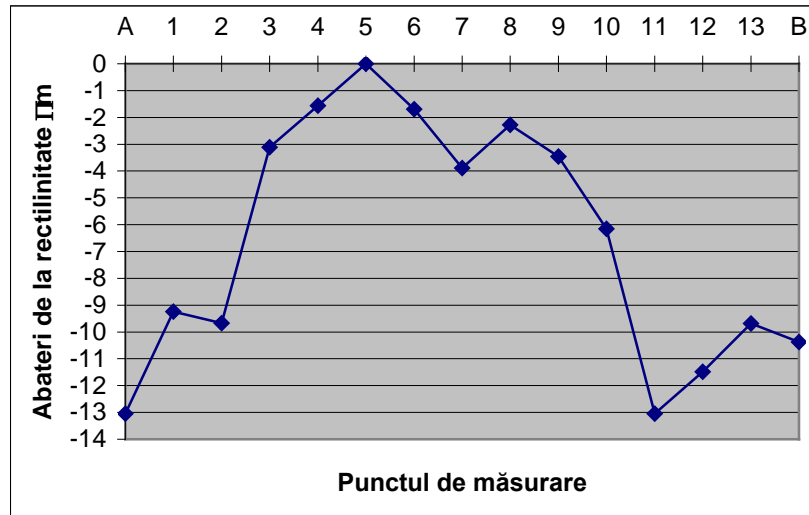


Fig. 4. Abaterile de la rectilinitate

Abaterile de la planitatea suprafeței de măsurare a riglei de control (suprafața pe care, în timpul etalonării, se așează nivela sau oglinda) conduc la erori unghiulare funcție de lungimea suprafeței de așezare a nivelei sau oglinzii. La evaluarea incertitudinii s-a luat în calcul o lungime de 200 mm.

În aceste condiții incertitudinea standard extinsă care caracterizează măsurarea unghiului a fost estimată dintr-o distribuție dreptunghiulară cu semilărgimea intervalului egală cu

$$a = \arctg \frac{13\mu\text{m} \cdot \frac{200}{1031}}{200\text{mm}} = 1,26 \times 10^{-5} \mu\text{m/m} \quad (15)$$

și atunci:

$$u(C_p) = \frac{1,26 \times 10^{-5}}{\sqrt{3}} = 7,28 \times 10^{-6} \mu\text{m/m} \quad (16)$$

d) Instabilitatea distanței dintre axele palpatoarelor

În timpul măsurărilor, distanța dintre axele palpatoarelor se poate modifica datorită factorilor de influență (variații de temperatură, vibrații etc.).

Incertitudinea standard asociată variației distanței dintre axele palpatoarelor a fost estimată printr-o evaluare de tip B dintr-o distribuție dreptunghiulară cu semilărgimea intervalului de 10 µm

$$u(C_v) = \frac{0,010}{\sqrt{3}} = 5,774 \mu\text{m} \quad (17)$$

Aspectele principale ale evaluării incertitudinii generatorului de unghiuri mici tip GUM sunt rezumate în tabelul 2.

Tabelul 2. Bilanțul evaluării incertitudinii standard compuse a generatorului GUM

Componenta incertitudinii standard $u(x_i)$	Sursa incertitudinii	Valoarea incertitudinii standard $u(x_i)$	Coefficientul de sensibilitate $c_i$	$u_i(\alpha) \equiv  c_i  u(x_i)$ $\mu\text{m/m}$
$u(\Delta h)$	Măsurarea diferențială a deplasării suprafeței de măsurare a riglei prin observații repetate	9,68 nm	$1/L = 9,9 \times 10^{-4} \text{m}^{-1}$	$9,6 \times 10^{-3}$
$u(\Delta \bar{h})$		5,8 nm		

$u(\Delta h_1)$	efecte aleatorii ale comparatorului	3,9 nm		
$u(\Delta h_2)$	efecte sistematice ale comparatorului	6,7 nm		
$u(L)$	Măsurarea distanței dintre axele palpatoarelor	2,887 $\mu\text{m}$	$\Delta h/L^2 = 1,88 \times 10^{-5} \text{m}^{-1}$	$5,44 \times 10^{-5}$
$u(C_p)$	Planitatea suprafeței de măsurare a riglei de verificare	$7,28 \times 10^{-3} \mu\text{m/m}$	1	$7,28 \times 10^{-3}$
$u(C_v)$	Instabilitatea distanței dintre axele palpatoarelor	5,774 $\mu\text{m}$	$\Delta h/L^2 = 1,88 \times 10^{-8} \text{mm}^{-1}$	$10,88 \times 10^{-5}$
$u_c^2(\alpha) = \sum u_i^2(\beta) = 145,16 \times 10^{-6} (\mu\text{m/m})^2$ $u_c(\alpha) = 12,05 \times 10^{-3} \mu\text{m/m}$ $u_c(\alpha) = 0,0025''$				

Incertitudinea extinsă  $U$  pentru un nivel de încredere de aproximativ 95 % rezultă, prin amplificarea incertitudinii standard compuse cu factorul de amplificare  $k$ . Pentru ca în bilanțul evaluării incertitudinii standard compuse a generatorului GUM nici o componentă nu este determinantă, se poate stabili un factorul de amplificare  $k = 2$  și, atunci, incertitudinea extinsă este

$$U = k u_c(\alpha) = 2 \times 0,0025'' = 0,005''$$

Mărirea domeniului de reproducere a unității de măsură a unghiului plan cu generatorul GUM poate fi obținută prin utilizarea comparatorului pe domeniul de măsurare de  $\pm 200 \mu\text{m}$  sau  $\pm 2000 \mu\text{m}$ , dar, în aceste cazuri, incertitudinea asociată măsurării deplasării  $\Delta h$  crește corespunzător. În figura 5 se prezintă bilanțul evaluării incertitudinii standard compuse, evaluată pentru cele trei domenii de măsurare ale comparatorului electronic.

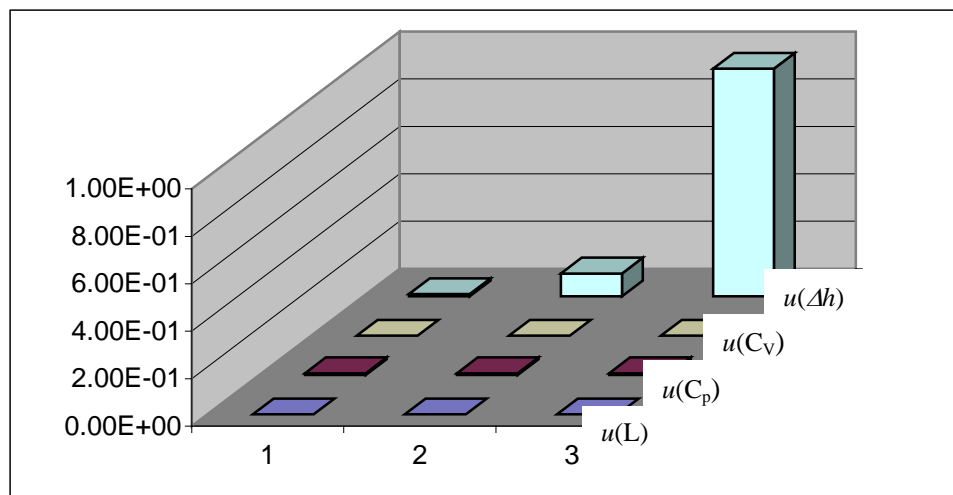


Fig. 5. Bilanțul evaluării incertitudinilor generatorului GUM

Incertitudinea standard asociată comparatorului electronic crește cu mărirea domeniului de măsurare și poate ajunge să fie determinantă în bilanțul evaluării incertitudinii generatorului GUM. Pentru a elimina acest inconvenient mărirea domeniului nominal al generatorului se realizează prin utilizarea calelor plan paralele și a comparatorului electronic ca instrument de zero.

### 3 CONCLUZII

Pornind de la aspectele noi introduse de conceptele fundamentale în definirea unităților de măsură și punerea în practică a acestor definiții și de la necesitatea asigurării trasabilității la SI a rezultatelor



măsurărilor, la INM, a fost proiectată, realizată și caracterizată metrologic o familie de trei generatoare de unghiuri mici care acoperă cerința națională de exactitate din domeniu. În această lucrare, am prezentat principiile constructive și funcționale ale generatorului de unghiuri mici GUM, algoritmul stabilit pentru evaluarea incertitudinilor și programul (foaie de lucru *Excel*) pentru determinarea abaterilor de la planitatea suprafețelor de măsurare. Incertitudinea asociată punerii în practică a definiției unității de unghi plan cu ajutorul generatorului GUM, stabilită prin evaluări de tip A și, respectiv, B, pentru un nivel de încredere de 95 %, este de 0,005” și este de cel puțin 10 ori mai mică decât incertitudinea asociată altor metode aplicate până la realizarea generatorului.

Fundamentarea tehnico-științifică a metodelor de etalonare și a procedurilor pentru evaluarea incertitudinilor de etalonare și rezultatele participării laboratorului INM la proiecte de comparări au condus la recunoașterea, aprobarea și publicarea în banca de date BIPM a cinci capacități de etalonare ale INM, din domeniul unghiului plan, care sunt comparabile cu cele ale institutelor naționale de metrologie cu tradiție în domeniul măsurării unghiului plan (PTB-Germania, SMU-Slovacia, GUM-Polonia etc.) [8]. Generatorul de unghiuri plane mici GUM atestat ca etalon național este sursa de trasabilitate pentru capacitățile de etalonare a nivelelor electronice, autocolimatoarelor și a nivelelor cu bulă de aer și prin aprobarea acestor capacități de etalonare, implicit, devine recunoscută internațional echivalența acestui etalon național.

## **BIBLIOGRAFIE**

1. Duță, A., Metode primare de măsurare a unghiului plan. București, The Romanian Review of Precision Mechanics, Optics & Mechatronics (supplement 5), 2001.
2. Duță, A., Iliescu. C., The realization of the plane angle unit based on the INM'primary standard installation, București, Buletin Științific U.P.B (acceptat pentru publicare), 2005
3. Just, A. și colectiv, Calibration of high-resolution electronic autocollimators against an angle comparator, Paris, Metrologia, 40/2003.
4. Pisani, M., Angle measurements at IMGC, Torino, EUROMET TC Length Workshop, octombrie 2004.
5. Portman, V., Peschansky, B., New method for high precise angular measurements, Vienna, XVI IMEKO WORLD CONGRESS, 2000.
6. Probst, R., Just, A., Recent developments in angle calibration at the PTB, Braunschweig, PTB Bericht, noiembrie 2003.
7. SR 13005:2003, Ghid pentru exprimarea incertitudinii de măsurare, ASRO, București.
8. Website:
  - 8.1.<http://www.bipm.org>
  - 8.2.<http://www.euromet.org>
  - 8.3.<http://www.inm.ro>

- Prezentat la data de 25.10.2006; acceptat la data de 30.11.2006
- Revizia științifică: *dr.ing. Dragoș Boiciuc*



**Alexandru DUȚĂ**

- Absolvent al Facultății de Mecanică a Universității din Brașov în anul 1977
- Șef laborator, INM, 2002